

## Къ вопросу о математическихъ истинахъ.

---

### Отвѣтъ Н. А. Иванцову.

Въ 13-й книгѣ «Вопросовъ Философіи и Психологіи» Н. А. Иванцовъ дѣлаетъ рядъ возраженій и замѣчаній по поводу моихъ выводовъ о математическомъ знаніи, которые я изложилъ въ своихъ «Положительныхъ задачахъ философіи». Меня очень порадовала живая и серьезная искренность, съ какою мой уважаемый критикъ обсуждаетъ затронутые имъ вопросы, и я считаю себя нравственно обязаннымъ дать требуемыя имъ объясненія. Вообще проблемы отвлеченной философіи таковы, что онъ всего лучше раскрываются въ дѣйствительной широтѣ своего значенія лишь при спокойномъ обсужденіи ихъ съ точки зрењія самыхъ противоположныхъ взглядовъ; а вопросъ о математическомъ познаніи, несомнѣнно, одинъ изъ самыхъ спорныхъ и въ то же время существенныхъ для гносеологии.

Однако, не могу скрыть, что, прочитавъ критику Н. А. Иванцова, я былъ поставленъ въ немалое затрудненіе. Я не узналъ своихъ собственныхъ взглядовъ въ тѣхъ намекахъ на ихъ изложеніе, которые иногда дѣлаетъ мой противникъ, и наоборотъ я съ удивленіемъ замѣтилъ, что во многихъ положеніяхъ, специально относящихся къ математикѣ, онъ высказываетъ мысли, почти дословно воспроизводящія то, что говорю и я, но при этомъ высказываетъ ихъ такъ, какъ будто онъ представляютъ что-то діаметрально-противоположное моему пониманію и даже весьма для него убѣжденное. Въ окончательномъ резулътатѣ я долженъ былъ съ сожалѣніемъ убѣдиться, что мой критикъ не достаточно вникъ въ разбираемыя имъ воззрѣнія и слишкомъ скоро увлекся внесениемъ нового смысла въ термины давно извѣстные и обще-

употребительные, а черезъ это и весь споръ въ значительной степени получилъ весьма нежелательный характеръ спора о словахъ.

Г. Иванцовъ говоритъ: «Авторъ отказывается признать за математическими истинами индуктивный характеръ. Но то, что онъ понимаетъ подъ самымъ словомъ «индукція», является не вполнѣ яснымъ и соответствующимъ обычному употребленію этого слова. Такъ, напримѣръ, вездѣ, гдѣ мы имѣемъ дѣло съ гипотезой, мы, по мнѣнію г. Лопатина, уже не имѣемъ дѣла съ индукціей» (стр. 70—71). Мой отвѣтъ на этотъ упрекъ будетъ очень простъ: я разбираю теорію Дж. Ст. Милля и употребляю термины *индукція* и *гипотеза* именно въ томъ смыслѣ, въ какомъ употребляется ихъ онъ; мой критикъ можетъ вполнѣ увѣриться въ этомъ, пересмотрѣвъ третью книгу «Логики» Милля. Вѣдь было бы и не справедливо и ни съ чѣмъ не сообразно, еслибы я, опровергая утвержденіе Милля, что основныя истины математики произошли индуктивнымъ путемъ, подъ индукціей разумѣлъ не то, что онъ разумѣетъ, а нѣчто такое, что ему вовсе и не грезилось. При этомъ, мнѣ кажется, я не оставляю читателя въ невѣдѣніи того, что собственно я понимаю подъ индукціей и какъ употребляю это слово: къ точному установленію и уясненію значенія этого понятія я обращаюсь неоднократно и въ первой и во второй части моихъ «Положительныхъ задачъ» \*) и, какъ думается мнѣ, я нигдѣ не отступилъ отъ этого значенія. Точно такъ же я постарался опредѣленно высказать мой взглядъ на особенности гипотетического мышленія \*\*).

Правда, слово «индукція» иногда получаетъ значеніе очень неопределѣленное и широкое, что отчасти объясняется его историческою судьбою. Для Сократа индукція еще сливалась съ процессомъ отвлечения и образованія общихъ понятій; Аристотель первый различилъ эти двѣ логическія операции и тѣмъ положилъ начало современному пониманію задачъ индукціи. Однако теорія Аристотеля несомнѣнно страдаетъ нѣкоторою шаткостью и недоговоренностью, и это очень дурно отразилось на оцѣнкѣ индукціи въ послѣдующей логикѣ. И все же съ полнымъ правомъ

\*) Полож. зад. философіи, ч. I, стр. 35, 54, 68—69; ч. II, стр. 51—52, 59—61.

\*\*) Тамъ же, ч. II, 62—63.

можно сказать, что въ новой наукѣ восторжествовало то понятіе обѣ индукціи, которое установилъ Бэконъ: подъ индукціей разумѣется логической процессъ, посредствомъ котораго, отправляясь отъ частныхъ наблюденій и опытовъ, мы открываемъ общіе законы явленій. Заслуга Милля въ томъ, что онъ раскрылъ такое пониманіе индукціи со всею строгостью и во всѣхъ послѣдствіяхъ: для него индукція состоитъ въ томъ, что изъ нѣсколькихъ случаевъ единообразія въ послѣдовательности или сосуществованіи какихъ-нибудь явленій мы заключаемъ, что это единообразіе присутствуетъ во всѣхъ явленіяхъ извѣстнаго класса. Именно къ рѣшенію этой задачи (установленію постоянныхъ единообразій между явленіями) направлены указанные Миллемъ четыре метода индуктивнаго изслѣдованія.

Я примкнулъ къ пониманію Милля и остановился на *его* теоріи индуктивнаго происхожденія математики. Къ этому меня побуждали очень серьезныя основанія. Меня, конечно, интересовала не кличка, а самое существо дѣла. Для меня вопросъ стоялъ о томъ, обладаютъ-ли истины математики дѣйствительною всеобщностью и необходимостью, или это только ихъ мнимыя свойства? Если Милль правъ,— если аксіомы математики представляютъ только индуктивныя обобщенія отъ единообразія въ послѣдовательности и сосуществованіи наблюдаемыхъ фактовъ, если принадлежащая имъ очевидность и немыслимость противоположнаго есть только результатъ неразрывныхъ ассоціацій идей вслѣдствіе частаго повторенія однородныхъ опытовъ,— тогда безусловно всеобщая необходимость математическихъ истинъ окажется вещью гадательною и сомнительною, чего Милль и не скрываетъ; тогда математическіе выводы явятся лишь приблизительными обобщеніями феноменовъ нашего субъективнаго опыта, нигдѣ вѣтъ его предѣловъ приложенія не имѣющими,—обобщеніями, обязательность которыхъ скорѣе *психологическая*, чѣмъ *логическая*; тогда вообще всякая очевидность для нашей мысли становится очень подозрительнымъ критеріемъ истины и получаетъ видъ невольнаго самообмана. Эти заключенія Милля являются строго логическимъ слѣдствиемъ изъ усвоенныхъ имъ началъ ассоціативной психологии, и въ этомъ, мнѣ кажется, главнымъ образомъ состоитъ огромное значеніе его теоріи. Вотъ, въ виду этой тѣсной связи теоріи Милля съ основными принципами ассоціативной психологии и въ виду роковыхъ результатовъ, къ которымъ онъ прихо-

дитъ, я и подвергнулъ его взглѣдъ подробной критикѣ и старался показать, что математическія аксіомы, по самымъ свойствамъ своего логического содержанія, не могутъ быть индуктивными обобщеніями, и что ихъ самоочевидность не имѣетъ ничего общаго съ какими бы то ни было неразрывными ассоціаціями представлений; а въ дальнѣйшемъ изслѣдованіи я пытался обосновать ту истину, что способность усматривать данное нашему сознанію мысленное содержаніе въ его дѣйствительныхъ признакахъ есть коренное свойство нашего познающаго духа. Такимъ образомъ моею цѣлью было показать, что математика не есть знаніе *индуктивное въ смыслѣ Милля*. Но, конечно, понятіе объ индукціи можно мѣнять и расширять; можно его расширить и до такой степени, что споръ объ индуктивности или неиндуктивности математики лишится всякаго философскаго смысла.

Если, напримѣръ, индукціей называть всякое движение ума отъ *частнаго* содержанія (чѣмъ бы ни устанавливались для насъ его признаки,—ихъ внѣшнимъ сосуществованіемъ въ пространствѣ и времени или ихъ самоочевидною, внутренне-необходимою связью,—все равно) къ содержанію *всебищему*, тогда всякое доказательство обыкновенной геометріи явится индуктивнымъ процессомъ: въ нихъ мы исходимъ отъ частнаго нагляднаго примѣра и изъ него разсмотрѣнія выводимъ общую теорему. Равнымъ образомъ тогда очень многія чисто метафизическія теоріи окажутся индуктивными построеніями. Наприм., тогда мы можемъ назвать метафизику Декарта индуктивною доктриною: вѣдь онъ отправляется отъ конкретнаго существованія нашего мыслящаго я и затѣмъ, путемъ долгаго умозрительнаго анализа, переходитъ къ цѣлой системѣ весьма сложныхъ и общихъ положеній о Богѣ, душѣ и материальномъ мірѣ. Словоупотребленіе можно расширять и суживать, но измѣнится-ли отъ этого что-нибудь въ существенныхъ различіяхъ, которые замѣчаются хотя бы между приемами метафизики съ одной стороны и позитивно-научнаго изслѣдования съ другой?

Между тѣмъ мой критикъ, къ сожалѣнію, увлекся на этотъ путь неопределеннаго расширенія термина и даже двинулся на немъ такъ далеко, что нѣкоторыя его утвержденія, конечно, очень удивлять людей, привыкшихъ къ существующимъ различіямъ и раздѣленіямъ въ логикѣ. Къ числу индуктивныхъ обобщеній онъ относитъ не только всякія гипотезы, предположенія, догадки, но и «частныя

положенія, дедуцируемыя изъ такихъ положеній». Такимъ образомъ, по г. Иванцову, выходитъ, что и *дедукцію* нужно называть *индукціей*, т.-е. всякое различіе между индуктивнымъ и дедуктивнымъ методомъ мышленія у него уничтожено. Сейчасъ мы увидимъ, что такого рода рѣшеніе вопроса не есть простая обмolvка съ его стороны: изъ дальнѣйшихъ опредѣленій съ несомнѣнностью явствуетъ, что для г. Иванцова всѣ процессы ума, какія бы формы они ни принимали, при правильной точкѣ зрењія на нихъ, должны починаться индуктивными. Можно однако спросить, что же мы выиграемъ отъ такого преобразованія терминовъ? Моего почтенного критика, повидимому, соблазнила возможность быстрого и легкаго разрѣшенія всего спора: если *всѣ* процессы ума слѣдуетъ называть *индуктивными*, то, очевидно, и математическое познаніе, какъ процессъ ума, нужно будетъ также назвать *индуктивнымъ*. Но какъ же не замѣтилъ г. Иванцовъ, что въ такомъ случаѣ его выводъ, что всякое познаніе, какъ математическое, такъ и не математическое, индуктивно,—окажется ничего не значащей и ничего не говорящей тавтологіей?

Впрочемъ мой критикъ все-таки понималъ, что съ такимъ неограниченнымъ расширеніемъ термина «индукція» получишь не много, и попытался указать отличительный признакъ, которымъ устанавливается внутренняя сущность индукціи. Онъ разсуждаетъ такъ: «Индуктивный умъ нашъ это—фабрика, гдѣ черезъ одни ворота—наши чувства—подвозится въ формѣ ощущеній сырой матеріалъ, черезъ другія получаются различные издѣлія изъ такого матеріала—наши идеи, заключенія, обобщенія и т. д. Внутри такой фабрики дѣйствуютъ различные, намъ еще не вполнѣ известные, механизмы, которые и перерабатываютъ сырой матеріалъ въ тѣ или другія издѣлія» (стр. 70). Такое пониманіе умственной дѣятельности г. Иванцовъ называетъ *психомеханическимъ*. Странное дѣло: г. Иванцовъ во всемъ, что онъ печаталъ, является постояннымъ и упорнымъ противникомъ внесенія метафизики въ изслѣдованіе научныхъ вопросовъ. И вдругъ именно онъ неожиданно ввелъ весьма гадательную метафизику въ ту область, куда не приходило въ голову ее впутывать самымъ за-взятымъ сторонникамъ метафизической философіи,—въ установление смысла давно известныхъ логическихъ терминовъ. По г. Иванцову оказывается, что обѣ индукціи можетъ говорить только тотъ, кто убѣжденъ, что вся наша душевная жизнь направляется

неизвѣстнымъ механическимъ процессомъ въ какой-то таинственной фабрикѣ, составляющей основу нашего внутренняго міра. До сихъ поръ обѣ индукціи, дедукціи, гипотезахъ, аналогіи говорили и спиритуалисты и реалисты,—они нерѣдко спорили между собою, но для общаго различенія этихъ понятій имъ вовсе не приходило на мысль спрашивать другъ друга о внутреннемъ существѣ души. Сократъ ничего не зналъ о психическомъ механизме, не зналъ о немъ и Аристотель; Бэкона также нѣтъ основаній считать mechanistomъ въ психологіи. Попытка моего критика очень оригинальна, но я никакъ не рѣшусь назвать ее счастливою. Пускай всѣ согласятся съ г. Иванцовыемъ,—какой результатъ выйдетъ изъ этого? Тогда обѣ *индукціи* могутъ говорить только одни послѣдователи психомеханической теоріи, но за то только о ней одной и могутъ, потому что всякий продуктъ психомеханическихъ процессовъ въ нашемъ умѣ они обязаны называть индуктивнымъ. Напротивъ, для спиритуалиста или даже простого скептика, который не хочетъ предрѣшать вопроса о субстанціи души, это слово окажется закрытымъ на вѣки: имъ, вѣроятно, останется говорить только о дедукціяхъ и аналогіяхъ? Къ чему можетъ служить такое распределеніе между отдѣльными философскими сектами терминовъ, когда-то доступныхъ всѣмъ? Едва-ли къ чему-нибудь большему, какъ только къ тому, чтобы ихъ поскорѣе бросить.

Но если бы даже такая замѣна была очень выгодна, мой почтенный критикъ все же глубоко не справедливъ ко мнѣ, упрекая меня за то, что я не раздѣляю его взгляда. Хотя онъ говоритъ, что его употребленіе слова „индукція“ есть „общее“, и что смыслъ, влагаемый имъ въ этотъ терминъ, „обыкновенно придается этому слову“ (стр. 70), но приходится искренно жалѣть, что г. Иванцовъ не указалъ ни одного имени писателей, съ нимъ единомысленныхъ. А пока онъ этого не сдѣлалъ, я дерзаю утверждать, что этотъ смыслъ установленъ имъ самимъ, и до него терминъ „индукція“ этого значенія рѣшительно не имѣлъ. Между тѣмъ изложеніе моего взгляда на математическое познаніе появилось, очевидно, раньше, чѣмъ критика на него г. Иванцова. Какъ же могъ я въ немъ считаться съ своеобразнымъ воззрѣніемъ г. Иванцова на природу индукціи?

Я вынужденъ былъ такъ подробно остановиться на первыхъ утвержденіяхъ статьи г. Иванцова, чтобы ясно показать, на ка-

кую шаткую и произвольную почву перенесенъ имъ весь споръ. Я въ своей книгѣ разсматриваю вопросъ: есть-ли математика знаніе индуктивное въ томъ строгомъ значеніи понятія *индукція*, которое установилъ Милль? Г. Иванцовъ, исходя изъ своей психомеханической метафизики, смѣло замѣняетъ его другимъ: „объяснимы-ли математическая положенія процессами чисто психомеханическаго характера“? И онъ никакъ не хочетъ замѣтить, что этотъ второй вопросъ имѣеть очень мало общаго съ первымъ, что въ нихъ прямо говорится о разныхъ вещахъ, и что во всякомъ случаѣ аргументы, пригодные въ спорѣ объ одномъ вопросѣ, часто не имѣютъ никакого отношенія къ другому.

Рядомъ съ этимъ основнымъ недоразумѣніемъ у г. Иванцова замѣчается и нѣсколько другихъ. Прежде всего г. Иванцовъ важный пунктъ обвиненія противъ меня полагаетъ въ томъ, что я защищаю «апріорное происхожденіе математики» (стр. 71) и вообще отстаиваю существованіе апріорныхъ способностей въ нашемъ познающемъ духѣ. Оказывается, что по моему взгляду уже при всякомъ гипотетическомъ предположеніи въ нашемъ умѣ „вступаютъ въ силу наши апріорныя способности“, что для меня при любомъ математическомъ вычисленіи являются на сцену „апріорныя творческия способности, ткущія міровыя истины изъ таинственной глубины духа“, — встрѣчается у г. Иванцова и нѣсколько другихъ, обыкновенно довольно витіеватыхъ, выражений моей предполагаемой ереси. Опровергаются эти приписываемые мнѣ взгляды у моего уважаемаго критика довольно однообразно: онъ решительно утверждаетъ, что всѣ познавательные акты имѣютъ психомеханическое происхожденіе, а изъ этого прямо и безъ дальнѣйшихъ окличностей выводить, что въ такомъ случаѣ наше познающее я никакихъ апріорныхъ способностей имѣть не должно. При этомъ его нисколько не смущаетъ тотъ несомнѣнныи фактъ, что въ исторіи мысли апріоризмъ въ теоріи познанія нерѣдко весьма мирно уживается съ психомеханическою психологіей. Вѣдь существуетъ цѣлая группа кантіанцевъ, которые убѣждены, что апріорныя формы и способности нашего разума находятся въ тѣсной связи съ физіологическимъ устройствомъ нашего организма, и которые признаютъ полный и постоянный параллелизмъ между явленіями сознанія и механическими процессами въ нашей нервной системѣ (Ланге, Риль). Въ виду этихъ примѣровъ едва-ли правъ г. Иванцовъ, скрывая тѣ

основанія, которыя побуждаютъ его считать совмѣщеніе априоризма съ психомеханизмомъ вещью немыслимою.

Но для меня лично особенно странно было увидѣть самого себя помѣщеннымъ по вопросу о математическомъ познаніи въ лагерь априористовъ. Подъ априористическою теоріей математического знанія принято разумѣть теорію Канта и его послѣдователей. Но г. Иванцову стоило только перечитать параграфъ моего сочиненія, посвященный разсмотрѣнію кантовскаго ученія о математикѣ, чтобы убѣдиться, что я не только не кантіанецъ, но отвергаю объясненіе Канта самымъ рѣшительнымъ образомъ. Въ этомъ параграфѣ я настаиваю, что кантовская теорія не обоснована психологически, что самоочевидность математическихъ познаній ни въ какой прямой связи съ предполагаемымъ априорнымъ характеромъ нашихъ представлений о пространствѣ и времени не находится, и что единственная причина очевидности и всеобщей необходимости математическихъ положеній заключается въ логическомъ содержаніи того, что въ нихъ утверждается, какъ бы это содержаніе ни возникло \*). Впрочемъ возможно, что г. Иванцовъ и термину «апріорная способности» придаетъ свой особенный смыслъ, подобно тому, какъ онъ это дѣлаетъ съ терминомъ *индукція*. Иногда, по крайней мѣрѣ, подъ моимъ априоризмомъ онъ, кажется, подразумѣваетъ признаваемую мною во всякой душевной дѣятельности «творческую силу». Подъ творческою силою я понимаю такое свойство сознающаго въ настѣ начала, благодаря которому оно отвѣчаетъ на всякія внѣшнія воздействиія и на всякий данный ему материалъ своими особыми *психическими* реакціями и образованіями, не допускающими по своимъ качествамъ никакихъ чисто механическихъ объясненій. Мой критикъ неоднократно вооружается противъ идеи о творчествѣ и такимъ образомъ (стр. 70) характеризуетъ различіе между взглядами психомеханистовъ (его собственный) и метафизиковъ (подъ нимъ онъ разумѣетъ мой взглядъ): «Эти машины (т.-е. механизмъ, въ основѣ нашихъ умственныхъ процессовъ), къ содержанію, данному чувствами, отъ себя ровно ничего не прибавляютъ; подъ ихъ вліяніемъ происходятъ только видоизмѣненія формы, перегруппировка, разложеніе и новыя сочетанія различныхъ частей сырого материала. Здѣсь есть творчество, но творчество чисто,

\*) См. „Полож. зад. фил.“, ч. II, стр. 92, 93, 95, 98, 99, 100.

такъ сказать, психомеханическое. Метафизики смотрятъ на нашъ умъ иначе. По ихъ воззрѣніямъ, наши духовныя способности не только оформливаютъ и перегруппировываютъ данные чувства, но и влагаютъ въ нихъ нѣчто свое, почерпая это нѣчто изъ изначального содержанія своей вѣчной внѣпространственной и внѣвременной сущности».

Это разсужденіе довольно богато энергичными оборотами рѣчи, но различіе двухъ указанныхъ критикомъ точекъ зрења на предметъ мало уясняется отъ такого многословія. Если наши духовныя способности перегруппировываютъ чувственный матеріалъ, вносятъ въ него измѣненія формы, ставятъ различныя части сырого матеріала въ «новыя сочетанія», какъ тогда не сказать, что духовныя способности влагаютъ въ даннаяя чувства нѣчто свое, и какъ говорить, что механизмъ нашего ума «къ содержанію, данному чувствами, ровно ничего не прибавляетъ?» Отъ такого убѣжденного поклонника точныхъ научныхъ изслѣдованій, какъ г. Иванцовъ, трудно было ожидать, что онъ поймается на удочку пустыхъ схоластическихъ тонкостей и найдетъ разрѣшеніе серьезнаго философскаго вопроса въ простомъ противоположеніи словъ *форма* и *содержаніе*,—словъ, отъ которыхъ ясность и естественность мысли уже такъ часто страдала въ теченіе многовѣкового существованія философіи. Отдѣлить форму отъ содержанія, такъ чтобы по одну сторону осталась только форма, а по другую содержаніе,—задача вовсе не легкая, какой бы предметъ для нашего испытанія мы ни взяли. Она тѣмъ болѣе трудна, когда вопросъ заходитъ о явленіяхъ нашей психической жизни: на этихъ явленіяхъ всего яснѣе видно, какъ относительны наши понятія о содержаніи и формѣ, и до какой степени невозможно размѣстить ихъ въ двѣ конкретно раздѣленныя области. Пускай мой критикъ возьметъ какое-нибудь отвлеченнное понятіе,—положимъ, понятіе «наука»,—и пусть покажетъ на немъ, что въ немъ относится къ сырому матеріалу нашихъ чувственныхъ ощущеній и что является собою чистую *форму* дѣятельности нашего ума, и пусть онъ опишетъ оба эти элемента со всею психологическою обстоятельностью, такъ чтобы изъ ихъ соединенія съ совершенною ясностью дѣйствительно вытекало то, что мы мыслимъ подъ понятіемъ «наука»,—тогда можно будетъ повѣрить, что, опредѣляя психомеханическое творчество, онъ говоритъ не пустыя слова. Хотя и тогда передъ нимъ останется одно весьма важное недо-

умѣніе: вѣдь и тотъ сырой матеріалъ, который группируется и оформливается нашими духовными способностями, состоитъ изъ данныхъ нашихъ чувствъ (ощущеній, представлений и т. д.), т.-е. продуктовъ *психического* порядка,— какъ же ограничивать дѣятельность духовныхъ способностей (по г. Иванцову— нашего психического механизма) только нанесеніемъ *формы* на данное содержаніе? *Матеріалъ* нашего сознанія въ его особенныхъ *психическихъ* качествахъ, стало-быть, не предполагаетъ никакихъ факторовъ, обусловливающихъ его возникновеніе?

Въ виду крайней неопределѣленности предмета спора получается и та черта возраженія г. Иванцова, о которой я говорилъ въ началѣ моего отвѣта. Въ качествѣ аргументовъ противъ меня, онъ нерѣдко выставляетъ мысли, противъ которыхъ я не только ничего не имѣю, но которые въ большинствѣ случаевъ я высказалъ раньше его и при томъ положилъ въ основу своего пониманія коренныхъ признаковъ математического познанія. Такъ о геометріи онъ говоритъ: „что касается геометрическихъ выводовъ, то они представляютъ собою не болѣе, какъ только раскрытие содержанія геометрическихъ понятій: въ геометрическихъ выводахъ нѣть ничего, чего не заключалось бы въ самыхъ опредѣленіяхъ,— таковъ по крайней мѣрѣ идеалъ геометріи. Геометрическія теоремы всеобщи и необходимы единственно потому, что являются выражениемъ основного логического закона тождества и противорѣчія“ (стр. 74). Передъ тѣмъ, только менѣе ясно, г. Иванцовъ подобнымъ же образомъ опредѣляетъ и сущность ариѳметическихъ выводовъ, сводя способность считать къ способности различенія, а необходимость и всеобщность результатовъ счета къ примѣненію закона тождества (стр. 71, 72). Приложимость геометрическихъ истинъ къ реальному миру онъ выводитъ изъ предѣльного характера геометрическихъ построений (стр. 73). Наконецъ, наше признаніе за геометрическими сужденіями всеобщей необходимости въ отличіе отъ простой *вѣроятности* заключеній эмпирическихъ онъ объясняетъ такъ: „въ первомъ случаѣ (въ наукахъ естественныхъ) дедуцируется изъ болѣе или менѣе вѣроятнаго закона, во второмъ (въ геометріи) изъ однажды навсегда установленнаго опредѣленія“. Если мой уважаемый критикъ перечитаетъ въ моемъ трудахъ стр. 51, 57, 63, 64, 76, 95, 99, 100, онъ убѣдится, на сколько сходны наши взгляды въ этихъ пунктахъ. Зачѣмъ же онъ такъ настойчиво старается сдѣлать видъ, что высказанныя

имъ соображенія должны окончательно разрушить мою теорію, и что онъ подъ ней разумѣеть? Къ чему эти монотонныя повторенія одной и той же мысли, что дѣло объясняется просто и ни въ какихъ априорныхъ способностяхъ нашего духа не нуждается? Г. Иванцовъ, когда читалъ мою книгу, могъ совершенно ясно видѣть, что никакихъ другихъ таинственныхъ и априорныхъ началъ математического познанія, кромѣ закона тождества и силы вниманія, различенія и отвлеченія, я не признаю; между тѣмъ онъ самъ приписываетъ происхожденіе математическихъ знаній воздействию тѣхъ же самыхъ факторовъ. Правда, эти факторы я считаю первоначальными свойствами и двигателями нашего сознанія, и въ этомъ смыслѣ они могутъ быть названы таинственными \*). Вѣроятно, г. Иванцову не нравится именно это? Тогда слѣдуетъ выражаться яснѣе, и во всякомъ случаѣ тогда дѣло уже не въ природѣ математическихъ истинъ, а въ нашихъ разногласіяхъ по вопросамъ метафизической психологіи.

Такимъ образомъ въ самомъ главномъ пунктѣ спора—между мною и г. Иванцовымъ не оказывается никакого существеннаго разномыслія. Въ его объясненіи развитія математического знанія я долженъ остановиться только на двухъ его выводахъ: 1) на его оцѣнкѣ простого ариѳметического счета, 2) на его утвержденіи существованія такихъ математическихъ положеній (наприм. законъ бинома Ньютона), которыхъ происхожденіе несомнѣнно эмпирическое.

Г. Иванцовъ говоритъ (стр. 72): „При простомъ счетѣ  $1 + 1$  мы условно обозначаемъ словомъ или знакомъ 2,  $1+1+1$ —словомъ или знакомъ 3 и т. д. Особенно ясно это въ алгебраическихъ дѣйствіяхъ. Тамъ мы постоянно встрѣчаемся съ такими выраженіями: обозначимъ  $a+b+c+d$  черезъ  $n$  и т. д.... Всѣ высшія математическія дѣйствія представляютъ въ концѣ концовъ не что иное, какъ упрощенный счетъ. Необходимость и всеобщность такого рода истинъ просто-на-просто есть соблюденіе того практическаго правила, что разъ я назвалъ что-нибудь известнымъ условнымъ словомъ, то этимъ словомъ я долженъ далѣе называть именно это самое, а не что-либо другое“. Изъ этихъ соображеній довольно ясно видно, что для г. Иванцова положенія математики имѣютъ значеніе чисто словесное, и что необхо-

\* ) См. «Положит. зад. фил.», ч. II, стр. 41.

димость и всеобщность математическихъ истинъ ничего большаго собою не выражаютъ, какъ только постоянство употребляемыхъ нами названий. Г. Иванцовъ въ спорѣ со мною беретъ Милля подъ свою защиту,—напрасно онъ не обратилъ вниманія на превосходную критику Милля, направленную именно противъ такой чисто *вербальной* теоріи математики \*). Въ самомъ дѣлѣ, еслибъ истины сложенія, умноженія, дѣленія и всякаго другого вычисленія были простымъ наборомъ произвольно взятыхъ словъ, какъ бы могли онѣ быть истинами, говорящими не только о словахъ, но и о независимыхъ отъ насъ предметахъ? Вѣдь когда въ алгебрѣ мы условливаемся обозначить  $a+b+c+d$  черезъ  $n$ , мы никакой новой истины не открываемъ, и для насъ совершенно безразлично вмѣсто  $n$  поставить  $t$  или  $s$  или  $i$  или какую-нибудь другую букву. Точно такъ же, еслибъ *три* были только словомъ, т. е. сочетаніемъ звуковъ и ничѣмъ больше, то отчего бы тогда, вмѣсто *трехъ*, въ равенствѣ  $1+1+1=3$  не поставить  $4$ ,  $5$  или  $6$ ? И однако равенство  $1+1+1=4$  мы считаемъ совершенно невозможной вещью, и, наоборотъ,  $1+1+1=3$  есть въ нашихъ глазахъ необходимая истина. Почему это? Слишкомъ ясно, что причина этого лежитъ исключительно въ томъ, что слово *три* заранѣе имѣеть для насъ совершенно опредѣленное и весьма многообразное значеніе, которое въ немъ неизбѣжно подразумѣвается. Оно не только обозначаетъ  $1+1+1$ , но и четвертую часть двѣнадцати, десятую часть тридцати, оно равно  $7-4$ ,  $50-47$  и т. д.; оно обнимаетъ цѣлую бесконечность ему только принадлежащихъ всеобщихъ и необходимыхъ отношеній. Говоря иначе, оно выражаетъ *числовую идею* съ опредѣленнымъ логическимъ содержаніемъ и съ постояннымъ, самоочевидно неизбѣжнымъ отношеніемъ этого содержанія къ содержанію другихъ подобныхъ же идей. Какъ бы постоянно ни употребляли мы слово *три* для обозначенія  $1+1+1$ , но еслибъ это  $1+1+1$  мѣнялось въ своихъ отношеніяхъ равенства или неравенства къ другимъ опредѣленнымъ суммамъ единицъ,—еслибъ, наприм., оно одинъ разъ могло быть больше  $1+1$ , другой разъ—меньше, самое упорное и однообразное называніе  $1+1+1$  словомъ *три* не породило бы необходимыхъ истинъ. Необходимость и всеобщность математическихъ положеній зависитъ не отъ словъ и не

\*) „Syst. of Logic“, т. II, гл. VI, § 2.

отъ способовъ ихъ употребленія, но отъ свойствъ внутренняго содерянія этихъ положеній.

Что касается замѣчанія г. Иванцова о биномѣ Ньютона, я отвѣчу коротко: если понимать слово *индукція* въ томъ строгомъ смыслѣ, въ какомъ я его употребляю, то говорить объ эмпирическомъ происхожденіи бинома Ньютона и видѣть въ немъ индуктивное обобщеніе нѣтъ никакихъ поводовъ. Индуктивное обобщеніе есть признаніе всеобщности даннаго отношенія какихъ-нибудь явленій на основаніи многократнаго наблюденія этого отношенія въ отдѣльныхъ случаяхъ при самыхъ разнообразныхъ обстоятельствахъ, тогда какъ его отсутствіе при наличности явленій ни разу не наблюдалось. Разсматривая процессъ, черезъ который получается формула Ньютона, мы, конечно, не подведемъ его подъ такое опредѣленіе. Въ этомъ процессѣ можно различить двѣ части: 1) Доказывается, что если законъ бинома справедливъ для  $n$  двучленовъ, то онъ справедливъ и для  $n+1$  двучленовъ (т. е. когда онъ вѣренъ для какого-нибудь *определеннало* числа двучленовъ, то онъ непремѣнно долженъ быть справедливъ для *всякою* ихъ числа и представляетъ законъ всеобщій). 2) На произвольно избранныхъ примѣрахъ показывается, что для нѣкотораго числа двучленовъ этотъ законъ справедливъ. Первая часть процесса, очевидно, представляетъ чисто *дедуктивное* выведеніе необходимыхъ и очевидныхъ слѣдователъно, относительно ея обѣ индукціи рѣчи быть не можетъ. Вторая представляетъ изъ себя обыкновенное умноженіе, дающее въ результатѣ частный случай формулы, т. е. мы въ ней имѣемъ примѣръ простого счета, а и самъ г. Иванцовъ счетъ рассматриваетъ какъ дѣйствіе аналитическое, направляемое закономъ тождества. Весь же процессъ въ его цѣломъ легко облекается въ форму условнаго силлогизма. Гдѣ же укажетъ г. Иванцовъ мѣсто индукціи въ этомъ процессѣ \*)? Что ея дѣйствительно нѣтъ, можно убѣдиться, задавъ себѣ вопросъ: по какому изъ четырехъ методовъ индуктивнаго изслѣданія, излагаемыхъ Миллемъ, обосновывается формула

---

\*) Опять обращаю особенное вниманіе г. Иванцова на чрезвычайно убѣдительныя соображенія Милля, которыми онъ доказываетъ, что формула Ньютона *не есть* результатъ *дѣйствительной индукціи* („Syst. of Logic“, т. III, гл. II, § 2).

Ньютона? Я сомнѣваюсь, чтобы возможно было безъ явной на-  
тяжки дать на него опредѣленный отвѣтъ.

Въ заключеніе своихъ возраженій г. Иванцовъ снова высказываетъ желаніе (стр. 75), чтобы я подвергнулъ обсужденію во-  
просъ: имѣютъ-ли математическая истины психомеханическое проис-  
хожденіе или нѣтъ?—и сожалѣть, что я шелъ въ моемъ изслѣ-  
дованіи другимъ путемъ. Между тѣмъ мнѣ кажется, что въ мо-  
емъ труда можно найти на этотъ вопросъ отвѣтъ совершенно  
ясный: значительная часть моей книги посвящена доказательству  
той истины, что *никакія психическія явленія* вообще не допу-  
скаютъ механическаго объясненія. Я стараюсь показать, что изъ  
отношеній и сочетаній какихъ бы то ни было механическихъ  
данныхъ не можетъ быть выведено даже самое элементарное и  
грубое чувственное ощущеніе,—что непримѣнимость механиче-  
скихъ построеній въ этой области становится тѣмъ очевиднѣе,  
чѣмъ выше мы поднимаемся по лѣстницѣ психическихъ фено-  
меновъ,—что въ нашемъ чувствѣ, умѣ, волѣ каждое мгновеніе  
сказываются элементы и признаки, которыхъ *логически немыслимо*  
растолковать изъ какихъ бы то ни было гипотетическихъ меха-  
низмовъ и машинъ. Въ моихъ глазахъ душевную жизнь харак-  
теризуетъ качественное разнообразіе ея продуктовъ и постоянно  
*новое* ихъ возникновеніе, почему я и приписываю ей направлениe  
творческое, въ отличіе отъ механическихъ процессовъ физиче-  
ской природы. Что справедливо для психическихъ явленій вообще,  
тѣмъ самымъ должно быть вѣрнымъ и для нашихъ познаватель-  
ныхъ операций; и я подробно доказываю, что никакія сужденія  
нашего ума не могутъ быть обоснованы изъ механическихъ ана-  
логій по своему смыслу и составу. Разъ это было установлено  
для всякихъ сужденій, я уже не останавливался съ этой точки  
зрѣнія на специальному разрядѣ сужденій математическихъ: они  
подразумѣвались сами собою. Дѣлать ихъ центромъ изслѣдова-  
нія въ этомъ смыслѣ было бы даже не цѣлесообразно,—это не  
только спутало бы проблему, но, пожалуй, дало бы ей ложное  
освѣщеніе. Могло бы показаться, что только математическая су-  
жденія имѣютъ привилегію не допускать психомеханическихъ объ-  
ясненій, а всѣ другія ихъ допускаютъ. Между тѣмъ для меня  
психомеханизмъ, по самому своему понятію, если взять его строго,  
(какъ идея чисто механическаго возникновенія психическихъ со-  
стояній и ихъ механической связи), есть *contradictio in adjecto*.

На математическихъ истинахъ я сосредоточился по другому поводу: какъ я выражаясь въ своей книгѣ (стр. 242), «умозрительный характеръ математическихъ истинъ доставляетъ намъ своего рода experimentum crucis для опѣнки объективнаго значенія идеальныхъ построеній». Математика служитъ для нась убѣдительнымъ примѣромъ нашей безпредѣльно-широкой способности, отвлекая типическія формы и свойства дѣйствительности и усматривая ихъ очевидныя отношенія, приходить къ истинамъ безусловно всеобщимъ и необходимымъ. Въ этомъ огромное значеніе математики для теоріи познанія; въ этомъ, въ частности, важность ея логического строенія для решенія вопроса: можно-ли закону причинной связи объективно приписать ту всеобщность и необходимость, въ которую мы инстинктивно вѣrimъ? А вѣдь именно этотъ вопросъ решаетъ моя послѣдняя книга.

Мой критикъ признаетъ великое значение нашей способности образовать предѣльныя или типическія понятія въ сферѣ геометріи. Но вѣрный своимъ излюбленнымъ метафизическимъ гипотезамъ, онъ и для этой способности немедленно ищетъ механическихъ основаній въ физіологическихъ и анатомическихъ особенностяхъ нашего чувствующаго аппарата и сближаетъ ее съ прерывистымъ дѣйствиемъ психофизического закона Вебера. «Года два тому назадъ,—говорить онъ (стр. 73),—Н. И. Шишкинъ въ своемъ рефератѣ, читанномъ въ засѣданіи Психологического Общества, указалъ, что основной психофизической законъ, законъ Вебера, выражающей зависимость ощущенія отъ величины раздраженія, имѣеть характеръ не непрерывный, а прерывистый, т.-е. раздраженіямъ, разниющимся другъ отъ друга менѣе, чѣмъ на извѣстную величину, соответствуетъ одно и то же ощущеніе. Этотъ психофизіологический законъ, очевидно, долженъ имѣть основаніе въ анатомическомъ строеніи нервныхъ центровъ». Для меня, напротивъ, это совсѣмъ не очевидно: вѣдь если *непрерывность* есть общее свойство процессовъ физическихъ (въ смыслѣ неограниченной возможности для нихъ подвергаться самымъ минимальнамъ измѣненіямъ въ скорости и направлениіи движеній, расположеніи частицъ и т. д.), строгая и постоянная *прерывистость* въ явленіяхъ психическихъ едва-ли можетъ объясняться изъ нихъ. Непрерывность должна быть свойствомъ физическихъ процессовъ не только въ окружающей нась средѣ, но и въ нашихъ воспринимающихъ органахъ, и въ нашихъ нервахъ, и въ нашихъ

нервныхъ центрахъ. Нашъ мозгъ, съ механической точки зре-  
нія, есть безконечно сложный комплексъ атомовъ, въ которомъ  
совершаются безчисленные движения, и эти движения испыты-  
ваютъ самыя тонкія воздействиа и измѣненія. Согласимся съ  
психомеханистами, допустимъ, что наши ощущенія—только пас-  
сивныя отраженія того, что дѣлается въ нашемъ мозгу. Откуда  
же взялась въ нихъ прерывность, когда отражаемое непрерывно?  
Отчего воспринимаемъ мы лишь самыя рѣзкія перемѣны въ на-  
шемъ физическомъ существѣ и при томъ воспринимаемъ далеко  
не во всѣхъ ихъ перипетіяхъ? Или я жестоко ошибаюсь, или и  
здѣсь нужно бросить всякія попытки механическаго объясненія.  
Еслибъ наши ощущенія состояли изъ процессовъ механическихъ,  
они должны были бы необходимо обладать непрерывностью въ  
сейчасъ указанномъ значеніи. Существованіе прерывности, какъ  
и всѣхъ другихъ внутреннихъ качествъ психической жизни, под-  
разумѣваетъ присутствіе сверхфизического дѣятеля, и какъ бы  
мы ни назвали его: психическою силою, духомъ, нашимъ транс-  
цендентальнымъ субъектомъ, душевною субстанціей,—мы должны  
его признать, если только вѣрно, что всякий реальный фактъ  
предполагаетъ условія своего происхожденія данными.

Л. Лопатинъ.

---